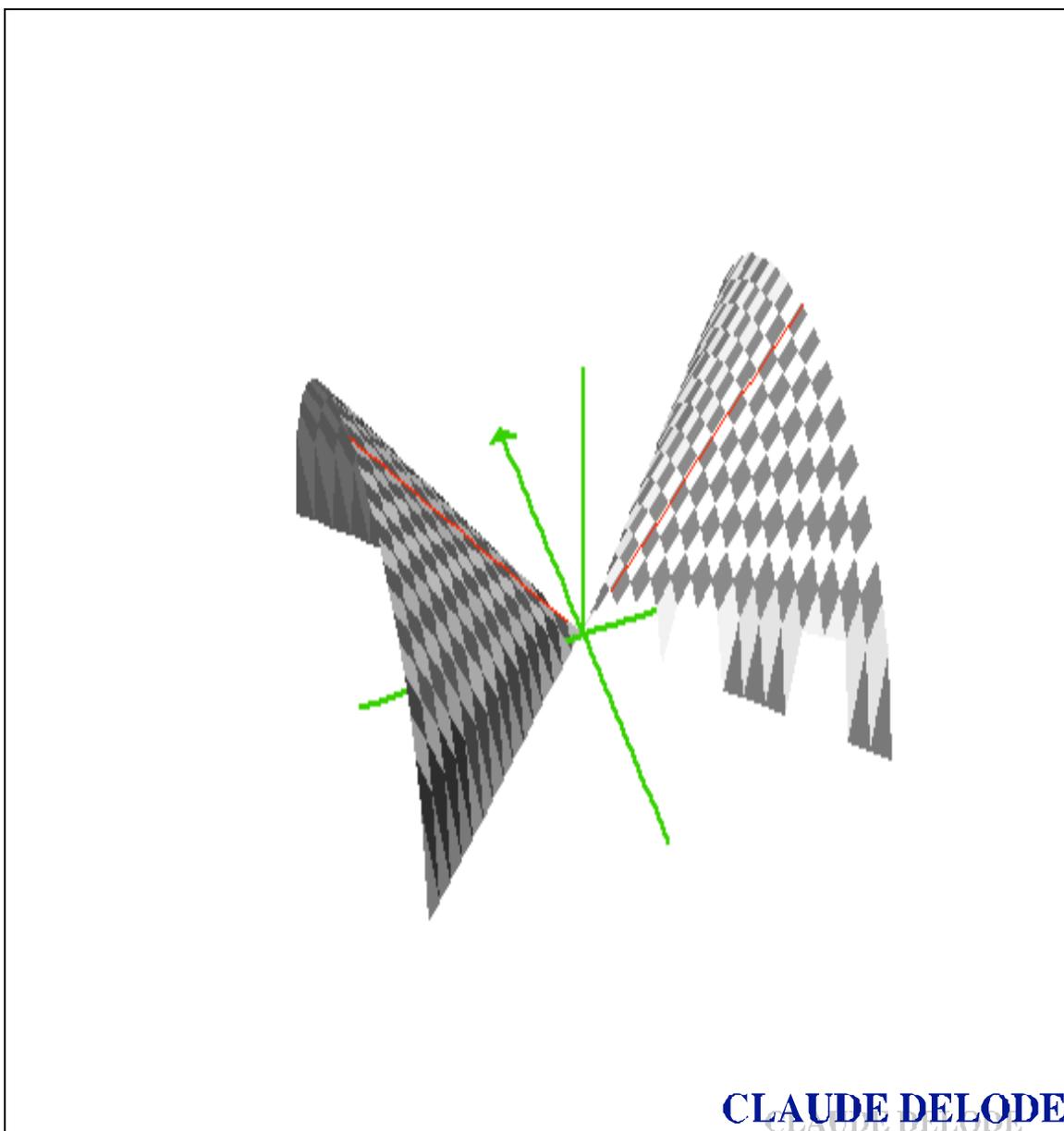


*PREPARATION AU CAPES DE  
MATHEMATIQUES*

*G E O M E T R I E*



**CLAUDE DELODE**

## AVANT PROPOS....

Cet ouvrage est destiné aux étudiants préparant le CAPES ou l'AGREGATION ainsi qu'aux enseignants du secondaire qui s'intéressent à la géométrie.

Il a son origine dans un cours de géométrie enseigné en 1995 aux étudiants de la licence de Mathématiques et de la préparation au CAPES de PAU.

Bien que la géométrie soit le domaine d'intuition sensible par excellence de la plupart des scientifiques, il est dommage qu'elle ait déserté les enseignements proposés au sein de l'université au profit de l'algèbre linéaire.

Ainsi , par soucis d'efficacité ,il semble que la meilleure façon d'aborder la géométrie dans le second cycle est d'utiliser les connaissances de l'algèbre linéaire et bilinéaire comme point d'appui à sa construction.

L'accent a été mis sur les outils habituels de l'algèbre linéaire , matrices ,déterminants ,systèmes linéaires.

Les objets de la géométrie, points, vecteurs, transformations affines, sont représentés sous forme matricielle dans des repères affines ou cartésiens et certaines démonstrations de géométrie se ramènent à des manipulations de matrices.

L'ouvrage se présente en deux parties d'égale importance, une première partie consacrée à la géométrie affine et une seconde étudiant la géométrie Euclidienne. Dans l'esprit de la majorité des étudiants, la distinction entre les propriétés affines, barycentre, parallélisme...,et les propriétés euclidiennes, distance, orthogonalité, écart angulaire...,est rarement faite et une séparation bien nette s'imposait.

\*La première partie étudie la géométrie affine, on se place systématiquement en dimension finie, les espaces vectoriels sont supposés être sur le corps  $K$  qui est soit le corps des réels soit le corps des complexes. Afin de clarifier l'exposé, on a choisi de distinguer la représentation des points et des vecteurs, toute représentation vectorielle, vecteurs, espaces, application linéaire, sera surmontée d'une flèche.

Cette première partie est composée de cinq chapitres : un premier définissant les espaces affines, un second étudiant les variétés linéaires affines, un troisième les applications affines, un quatrième les principales structures algébriques, enfin le cinquième qui montre que tout espace affine peut être considéré comme un hyperplan affine d'un espace vectoriel.

On a systématiquement privilégié l'outil matriciel, à partir de la donnée de repères affines ou cartésiens, la justification théorique de ces représentations étant donnée par le théorème de plongement.

\*La deuxième partie étudie la géométrie Euclidienne, l'espace vectoriel associé est un espace euclidien, donc réel et de dimension finie. Il faut noter que un même espace affine peut être muni de plusieurs structures euclidiennes ce qui rend obligatoire la distinction entre ce qui est affine de ce qui est euclidien.

Cette deuxième partie est aussi composée de cinq chapitres : un premier définissant les espaces affines euclidiens et les premières propriétés, un second étudiant les isométries, un troisième les similitudes, un quatrième les quadriques et plus particulièrement les coniques et enfin un cinquième traitant de la convexité et des propriétés de projection sur un convexe, et de séparation.

A la fin de chaque chapitre, la présence d'exercices applications directes du cours, ou prolongement plus élaboré , était indispensable. J'ai donc puisé dans les multiples feuilles proposées aux étudiants de licence et de préparation au Capes à Pau ces dernières années. Les solutions des exercices sont données de façon détaillée et le lecteur pourra sans difficulté les comparer avec celles de son cru.

Je tiens à remercier E.Bernadac, J.F.Falléro, S.Gautier, A.M.Lefèvre et S.Gerbier qui se sont chargés de la tâche indispensable de relecture et de correction de la première version de l'ouvrage.

En mettant mon expérience acquise d'une dizaine d'année à l'enseignement de la géométrie, j'espère avoir fait oeuvre utile,

A Pau le 15 Octobre 1999

Claude Delode



*Comme l'on dit au pays basque ...*

**AIRE ZAHAR BATEAN KANTORE BERRIA**

## **PREMIERE PARTIE**

# **LES ESPACES AFFINES**

### **Chapitre I- ESPACES AFFINES GENERALITES**

**p. 7**

- 1) Définition, relation de Chasles
- 2) Barycentres, propriétés des barycentres, fonction de Leibniz

### **Chapitre II- VARIETES LINEAIRES AFFINES.**

**p.19**

- 1) Généralités.
- 2) VLA engendrée.
- 3) Coordonnées barycentriques et cartésiennes, repères.
- 4) Invariants affines.
- 5) Représentation analytique des VLA.

### **Chapitre III-LES APPLICATIONS AFFINES.**

**p.47**

- 1) Définitions, propriétés.
- 2) Principales applications affines.
- 3) Représentation analytique.
- 4) Formes affines et hyperplans affines.
- 5) Quelques résultats de géométrie, Théorèmes de Thalès, Ménélaüs,

Céva.

### **Chapitre IV-STRUCTURES.**

- 1) Structure affine.
- 2) Le groupe des applications affines.
- 3) Les sous -groupes de  $GA(X)$ .

### **Chapitre V - PLONGEMENT D'UN ESPACE AFFINE DANS UN ESPACE VECTORIEL**

**p.82**

- 1) Le théorème fondamental de la géométrie affine.

- 2) *Conséquences liées au théorème de plongement.*
- 3) *Le théorème de Desargues.*

## **DEUXIEME PARTIE**

# **ESPACES AFFINES EUCLIDIENS**

### **Chapitre VI - ESPACES AFFINES EUCLIDIENS GENERALITES. p.90**

- 1) Définition, orthogonalité, perpendiculaire commune à deux droites.
- 2) Un espace affine euclidien est un espace métrique.
- 3) Ecart angulaire.
- 4) Angles orientés.
- 5) Relations dans le triangle.
- 6) Projections et symétries orthogonales, distance à un hyperplan affine.

### **Chapitre VII -LE GROUPE DES ISOMETRIES. p.108**

- 1) Définition, propriétés.
- 2) Le groupe des isométries  $Is(E)$ .
- 3) Etude des générateurs de  $Is(E)$ .
- 4) Isométries en dimension 2 et 3.

### **Chapitre VIII-LE GROUPE DES SIMILITUDES p.133**

- 1) Définition, propriétés
- 2) Le groupe des similitudes

### **Chapitre IX- LES QUADRIQUES AFFINES. p.147**

- 1) Définitions, formes 2-affines, quadriques affines.
- 2) Simplifications de l'équation.
- 3) Exemple en dimension 2 et 3.

### **Chapitre X-ETUDE GEOMETRIQUE DES CONIQUES. p.164**

- 1) L'ellipse.
- 2) L'hyperbole.
- 3) La parabole.
- 4) Le théorème de Pascal.

### **Chapitre XI-LA SPHERE ET L'INVERSION. p.187**

- 1) La sphère.
- 2) L'inversion.

**Chapitre XII - LA CONVEXITE.****p.206**

- 1) Généralités.
- 2) Projection sur un convexe fermé.
- 3) Séparation, théorème de Hahn-Banach.



